



## تعیین تجربی ثابت‌های فلزات در فرمول لودویک (Ludwig) توسط آزمایش پیچش

مهرانگیز قاضی - استادیار گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تاکستان  
رحمت‌ا... قاجار - دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی  
امیر فرهنگ ستوده - دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی

E-mail: [m\\_ghazi@gmail.com](mailto:m_ghazi@gmail.com)

چکیده: برای شناخت رفتار پلاستیک فلزات به ویژه در فرآیندهای شکل‌دهی، تعیین ثابت‌های مواد در فرمول لودویک لازم می‌باشد. واکنشی از ماده را که می‌تواند بار بالاتری را بر خلاف کاهش یکنواخت در سطح مقطع خود تحمل کند، سختی ناشی از کرنش و یا سخت شونده‌گی ناشی از کار می‌نامند. بعضی از روش‌های تعیین مشخصات سخت شونده‌گی ناشی از کار عبارتند از آزمایش کشش، فشار، پیچش خالص و ... در این مقاله از آزمایش پیچش برای چند نمونه فلز و در شرایط بارگذاری، بار برداری و بارگذاری مجدد در جهت بارگذاری اولیه و در خلاف جهت آن برای تعیین مشخصات سخت شونده‌گی ناشی از کار استفاده می‌شود. با به دست آوردن منحنی  $T-\Phi$  از آزمایش، کد نویسی در نرم افزار Matlab و استفاده از روش نادای (Nadai)، منحنی  $\tau-\gamma$  استخراج می‌شود. از مقایسه معادلات به دست آمده با معادله لودویک، ثابت‌های مواد یعنی ضریب و توان سخت شونده‌گی فلز مربوطه، به دست می‌آید. همچنین در این مقاله اثرات بارگذاری مجدد در جهت و در خلاف جهت بارگذاری اولیه روی سخت شونده‌گی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

واژه های کلیدی: آزمایش پیچش، سخت شونده‌گی ناشی از کار، روش نادای، فرمول لودویک، ثابت‌های مواد.

## Determination of Materials Constants in Ludwig Formula by Experimental Procedure

M. Ghazi, Ass. Prof., Dept. of Energy Conversion, The Faculty of Mech. Eng., TIAU.  
R. A. Ghajar, Asst. Prof., the Faculty of Mech. Eng., K.N. Toosi University of Technology.  
A. F. Sotoodeh, PhD. Student, the Faculty of Mech. Eng., K.N. Toosi University of Technology

Abstract: Many efforts have been done in the recent years to decrease emission and fuel consumption in compression ignition engines. Alternative fuels are one of the best methods to meet this aim. Dimethyl ether is the one of the fuels that due to its properties such as high cetane number, low auto ignition temperature, lowest emissions due to the presence of oxygen in its molecule is one of the best alternative fuels. In this paper, combustion and emission characteristics of a CIDI engines by use of DME as an alternative fuel has been investigated via numerical simulation and CFD procedure. NO<sub>x</sub> and Soot are the major emissions in the CIDI engines. Due to the high presence of oxygen in DME molecule Soot emission is negligible in the exhaust gas. In this paper we investigated the ways of NO<sub>x</sub> emission reduction in a DME compression ignition engine. The results show good agreement with the literature.

Keywords: Torsion test, Work hardening, Nadai procedure, Ludwig formula, and Materials constants.

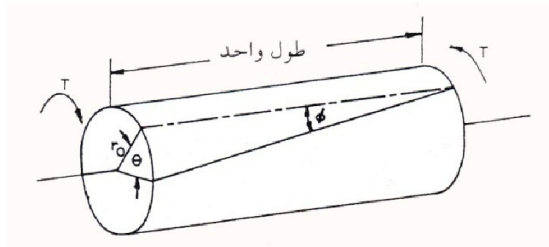
## ۱- مقدمه

در هر تحلیلی بر روی تغییر شکل فلزاتی که تحت یک نظام بارگذاری هستند، می‌باید از روابط به دست آمده از آزمایش برای تنش - کرنش استفاده کرد. واکنشی از ماده را که می‌تواند بار بالاتری را بر خلاف کاهش یکنواخت در سطح مقطع خود تحمل کند، سختی ناشی از کرنش و یا سخت شونده‌گی ناشی از کار (Work hardening) می‌نامند. هنگامی که بر روی یک ماده واقعی شکل‌دهی سرد انجام می‌دهیم، سخت شونده‌گی ناشی از کار به وجود می‌آید یعنی به موازات شکل گرفتن ماده، مقاومت آن نسبت به تغییر شکل افزایش می‌یابد. بعضی از روشهای تعیین مشخصات سخت شونده‌گی ناشی از کار عبارتند از آزمایش کشش، فشار، پیچش خالص و ... در این مقاله پیچش میله به عنوان وسیله ای برای تعیین مشخصات سخت شونده‌گی ناشی از کار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

نادای روشی را برای به دست آوردن منحنی تنش - کرنش، از منحنی گشتاور - پیچش پیشنهاد کرد که بر این اساس نهاده شده که ماده همسوگرا در حین تغییر شکل، همسوگرا باقی می‌ماند و اینکه سطح مقطع‌های عرضی محور پیچیده شده، به صورت مسطح باقی مانده و شعاعهای آنها مستقیم باقی می‌مانند. یک سیلندر همسوگرا را با طول مقیاس واحد و شعاع خارجی  $r_0$  تحت یک کرنش پیچشی پلاستیک در نظر بگیرید. برای یک فلز همسوگرا هیچ تغییری در طول مقیاس و حجم به وجود نمی‌آید.

در هر شعاعی، کرنش برشی  $\gamma = \tan\Phi$  و برای یک زاویه پیچشی بر واحد طول  $\Phi$  (شکل ۱)،  $r\theta = \tan\Phi$  می‌شود و:

$$\theta = \gamma / r = \gamma_0 / r_0 \quad (1)$$



شکل ۱: پیچش محور دوار توپر

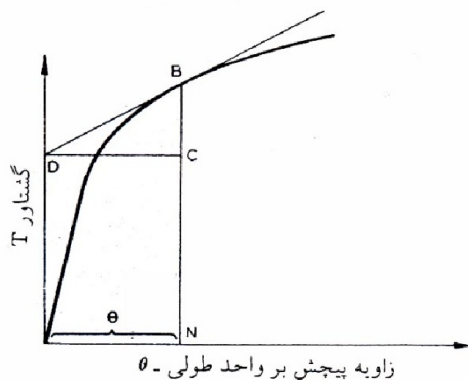
که  $\gamma_0$ ، کرنش برشی در شعاع خارجی می‌باشد. مقدار تنش برشی در شعاع خارجی  $r_0$  طبق رابطه (۲) معین می‌شود [۳ و ۴].

$$\tau_0 = \frac{1}{2\pi r_0^3} \left\{ 3T + \theta \frac{dT}{d\theta} \right\} \quad (2)$$

عبارت معمول ساده برای بیان گشتاور به خاطر تنش برشی تسلیم  $\tau_0$  در شرایط پلاستیک کامل، یعنی ماده‌ای غیر سخت شونده است. عبارت دوم بیانگر سخت شونده‌گی ناشی از کار است.

همانطور که از شکل (۲) مشخص است، چون  $DC = \theta$  و  $BC = \theta \frac{dT}{d\theta}$  پس تنش برشی در سطح خارجی از رابطه (۳) به دست می‌آید.

$$\tau_0 = 1/2\pi r^3 \{3BN + BC\} \quad (3)$$



شکل ۲: منحنی T-θ

با ترسیم تانژانتهایی در نقاطی بر روی نمودار T-θ می‌توان نمودار τ-γ را به دست آورد. این روش برای قسمت ابتدایی منحنی T-θ که  $dT/d\theta$  با سرعت افزایش می‌یابد، دقیق نیست. دقت آن با نوشتن معادله (۴) به صورت زیر بهبود می‌یابد (Hill, 1950)

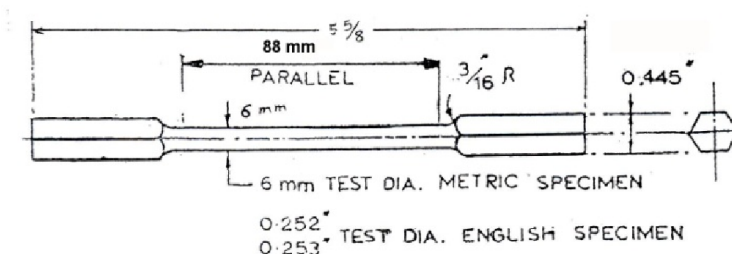
$$\tau_0 = \frac{1}{2\pi r^3} \left\{ 4T + \theta^2 \frac{d}{d\theta} \left( \frac{T}{\theta} \right) \right\} \quad (4)$$

$T/\theta$  در منطقه ارتجاعی ثابت بوده و سپس به شدت کاهش می‌یابد. بنابراین مشتق آن در دامنه الاستیک صفر است و در مقایسه با جمله دیگر، هنگامی که نرخ سختی ناشی از کار بالاست، کوچک است. معادله (۴) برای کرنش‌های بزرگتر جوابهای دقیق‌تری می‌دهد. شپرد (Cheperd, 1948) از روش نادای برای کرنش‌های کوچک و سویفت (Swift, 1947) از روش نادای برای کرنش‌های پلاستیک بزرگ استفاده نموده و نشان داده‌اند که رابطه خوبی برای کرنش - تنش میله‌های توپر و تو خالی فولاد نرم وجود دارد. سویفت همچنین اشاره کرده است که به خاطر ناهمسوگرایی به وجود آمده در حین کرنش، نمونه‌ها دارای افزایش طول دائمی می‌شوند.

پس با داشتن نمودار T برحسب  $\phi$  حاصل از آزمایش و با استفاده از روابط (۳) و (۴) و کدنویسی در نرم افزار MATLAB، نمودار τ برحسب γ رسم می‌شود. تلاش بسیار در جهت ساختن معادلات تقریبی برای منحنی‌های تجربی تنش - کرنش به عمل آمده است. دو معادله مشهور یکی فرمول لودویک و دیگری تعویض منحنی پیوسته تجربی با دو خط مستقیم می‌باشد. در فرمول لودویک،  $\tau = k\gamma^n$ ، ضریب سخت شونده گی، k، و توان سخت شونده گی، n، می‌باشد. با داشتن نمودار τ-γ و نوشتن معادله قسمت غیرخطی آن، کرنش سختی قطعات در حالت‌های مختلف از مقایسه آن با فرمولهای لودویک به دست می‌آید.

## ۲- روش آزمایش

آزمایش بر روی یک میله با سطح مقطع دایره‌ای انجام می‌شود. شکل ۳، ابعاد نمونه‌های مورد استفاده را نشان می‌دهد. مشخصات نمونه‌های آزمایش شده در جدول ۱ آمده است.



شکل ۳: شکل هندسی و ابعاد نمونه‌ها

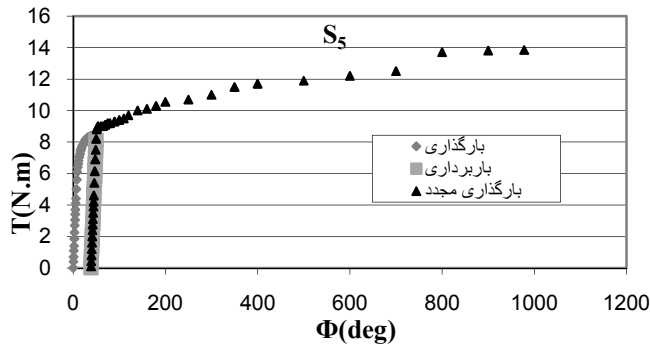
نمونه‌ها را تا ورود به منطقه پلاستیک بارگذاری اولیه کرده و سپس باربرداری می‌کنیم. بارگذاری مجدد تا شکستن نمونه‌ها ادامه می‌یابد. از منحنی  $T-\Phi$  به دست آمده از آزمایش پیچش، منحنی  $\tau-\gamma$  و معادله قسمت غیر خطی منحنی  $\tau-\gamma$  استخراج شده و از مقایسه آن با فرمول لودویک،  $\tau=k\gamma^n$ ، ضریب سخت شونده‌گی و توان سخت شونده‌گی به دست می‌آید [۵].

جدول ۱: مشخصات نمونه‌های مورد آزمایش

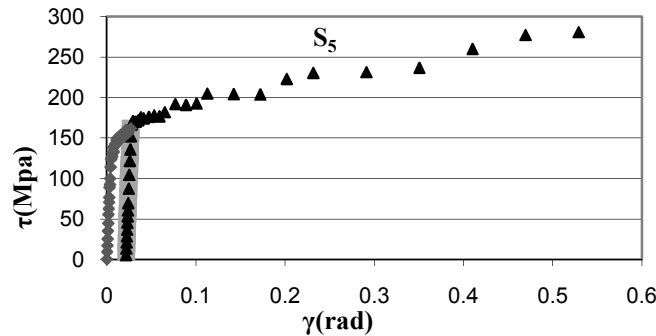
نمونه	جنس	نوع آزمایش
S <sub>1</sub>	برنج	بارگذاری تا شکست
S <sub>2</sub>	برنج	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در جهت اولیه
S <sub>3</sub>	برنج	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در خلاف جهت اولیه
S <sub>4</sub>	آلومینیوم	بارگذاری تا شکست
S <sub>5</sub>	آلومینیوم	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در جهت اولیه
S <sub>6</sub>	آلومینیوم	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در خلاف جهت اولیه
S <sub>7</sub>	فولاد اسپیکا	بارگذاری تا شکست
S <sub>8</sub>	فولاد اسپیکا	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در جهت اولیه
S <sub>9</sub>	فولاد اسپیکا	بارگذاری، باربرداری، بارگذاری مجدد در خلاف جهت اولیه

به عنوان مثال، برای نمونه S<sub>5</sub> ابتدا نمونه را تا  $\phi=50^\circ$  و  $T=8.6(N.m)$  بارگذاری و سپس تا نزدیک صفر باربرداری می‌کنیم.

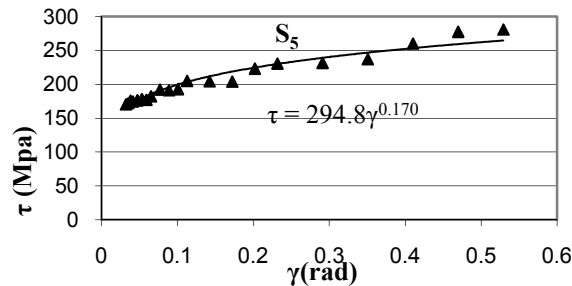
پس از حذف بار، تغییر شکل پلاستیک باقیمانده،  $\phi=38.5^\circ$  می‌باشد. در بارگذاری مجدد نمونه، همانطور که در شکل ۴ پیداست؛ شکست در  $\phi=978^\circ$  و تحت گشتاور  $T=13.85(N.m)$  اتفاق می‌افتد. نمودار گشتاور پیچشی برحسب زاویه پیچشی برای این نمونه مطابق شکل ۵ به دست می‌آید. ملاحظه می‌شود که منحنی بارگذاری مجدد کاملاً خطی و به موازات قسمت خطی منحنی اصلی می‌باشد و در ناحیه غیرخطی نیز در امتداد ناحیه غیرخطی منحنی اصلی می‌باشد. می‌بینیم که تنش تسلیم نیز افزایش یافته است. با توجه به شکل ۶، معادله قسمت غیرخطی آن  $\tau=294.8\gamma^{0.17}$  می‌شود و مقادیر  $k=294.8$  و  $n=0.17$  به دست می‌آیند. نمونه آلومینیومی شکسته شده تحت بارگذاری تا ورود به ناحیه پلاستیک، باربرداری و بارگذاری مجدد در جهت اولیه در شکل ۷ آمده است.

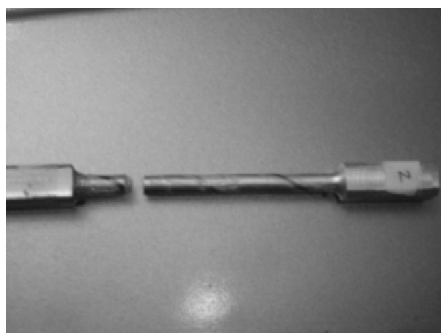


شکل ۴: نمودار گشتاور- پیچش



شکل ۵: نمودار تنش برشی بر حسب کرنش برشی

شکل ۶: قسمت سخت شونده غیرخطی نمودار  $\tau$ - $\gamma$



شکل ۷: نمونه آلومینیومی شکسته شده تحت بارگذاری تا ورود به ناحیه پلاستیک، باربرداری و بارگذاری مجدد در جهت اولیه

این آزمایش برای سایر نمونه‌ها نیز انجام شده و بین نتایج به دست آمده مقایساتی صورت گرفته است. سختی اندازه گیری شده نمونه های فولادی که در کوره تا  $900^{\circ}\text{C}$  حرارت دیده و سپس با آب  $25^{\circ}\text{C}$  خنک شده، 65 راکول می باشد.

نمونه	بارگذاری اولیه		باربرداری		بارگذاری مجدد تا شکست		$\epsilon = \epsilon_0 \gamma^n$	
	T(N.m)	$\phi(^{\circ})$	T(N.m)	$\phi(^{\circ})$	T(N.m)	$\phi(^{\circ})$	K(Mpa)	n
S <sub>1</sub>	۱۵۹ (شکست)	1008 (شکست)	-	-	-	-	۴۰۴,۷۵	۰,۳۷۷۲
S <sub>2</sub>	۷,۵۵	۵۰	۰	۴۰	۲۰,۲	۱۲,۰۴	۵۰۵,۵۶	۰,۳۹۲۳
S <sub>3</sub>	۵,۷	۵۰	۰	۴۰	-۱,۷۳	-۱,۶۷۲	۳۵۱,۲۹	۰,۳۴۱۲
S <sub>4</sub>	۱۴ (شکست)	۷۴۸ (شکست)	-	-	-	-	۳۴۹,۵۸	۰,۱۳۴۳
S <sub>5</sub>	۸,۶	۵۰	۰	۳,۷۵	۱۲,۸۵	۹,۷۸	۲۹۴,۸۰	۰,۱۷
S <sub>6</sub>	۸,۶	۵۰	۰	۳,۹	-۱۵,۱۹۶	-۱,۱۵	۳۰۷,۲۴	۰,۲۰۳۹
S <sub>7</sub>	۲۲ (شکست)	۱۲۴۹ (شکست)	-	-	-	-	۵۸۴,۶۲	۰,۱۶۷۳
S <sub>8</sub>	۱۳,۱۵	۵۰	۰	۴۲,۵	۲۵,۱	۱۴,۵۵	۵۳۲,۹۴	۰,۱۹۲۶
S <sub>9</sub>	۱۰,۲	۵۰	۰	۴۴	-۲۲	-۱,۶۵۵	۴۵۲	۰,۱۵۴

### نتیجه گیری

- ۱- این مقاله روشی برای یافتن مقدار ضریب و توان سخت شوندهگی فلزات کرنش سختی پذیر ارائه می دهد.
- ۲- طبق نتایج به دست آمده، بیشترین توان سخت شوندهگی در این نمونه‌ها، در حالت بارگذاری مجدد در جهت بارگذاری اولیه و کمترین توان سخت شوندهگی در این نمونه‌ها، در حالت بارگذاری مجدد در خلاف جهت بارگذاری اولیه می باشد.
- ۳- طبق انتظار، سطح مقطع شکست نمونه‌ها که همگی جسم نرم هستند؛ مطابق شکل ۷، عمود بر محورشان می باشد.

### ۶- مراجع

- [1] Johnson W., and Mellor P.B., Engineering Plasticity, UK: ELLIS Horwood, pp.8-28,182-190, 1983.
- [۲] قاجار، رحمت ا...، و بیگلری، حسن، و امینی فسخودی، محمدرضا، تعیین منحنی جریان پلاستیک آلومینیوم توسط آزمایش فشار تک محوره. کنفرانس ساخت و تولید، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۶.
- [۳] محمود شاکری، مقاومت پیشرفته و الاستیسیته کاربردی، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۵، ص ۱۸۰-۱۸۵.
- [۴] اسپنسر، ترجمه اردشیر جهانشاهی، مقدماتی از پلاستیسیته، انتشارات امیرکبیر، ۱۳۶۳، ص ۱۱-۱۹.
- [5] Taylor, G.I. and Quinney, H., The Plastic Distortion of Metals, Trans. R. Soc. A, pp.230, 323, 1931.
- [6] Zener, C. and Holloman, J. H., Problems in Non-elastic Deformation of Metals, J. appl. Phys. pp.17, 69, 1946.