



مطالعه انتقال حرارت جابجایی ترکیبی سیال غیرنیوتنی با تولید یا جذب حرارت بر روی سطوح قائم موج دار

مرتضی عقابی - دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی - دانشگاه آزاد اسلامی واحد تاکستان E-mail: [Mtz_oghaby@yahoo.com](mailto: Mtz_oghaby@yahoo.com)

کوروش جواهرده - استادیار گروه مهندسی مکانیک - دانشگاه آزاد اسلامی واحد تاکستان E-mail: [javaherdeh_k@yahoo.com](mailto: javaherdeh_k@yahoo.com)

مهدی مسلمی - کارشناس ارشد دانشگاه گیلان E-mail: [MehdiMoslemi1982@gmail.com](mailto: MehdiMoslemi1982@gmail.com)

چکیده: در این مقاله انتقال حرارت جابجایی ترکیبی لایه مرزی سیال غیرنیوتنی همراه با تولید یا جذب حرارت بر روی سطوح قائم موج دار مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مطالعه با استفاده از یک تبدیل محورهای مختصات سطح موج دار به سطح صاف تبدیل شده و معادلات حاصل به روش حل عددی تفاضل محدود حل شده اند. اثر میزان تولید یا جذب حرارت و پارامترهای دامنه موج، عدد پرانتل تعمیم یافته و شاخص قانون نمائی لزجت بر روی عدد نوسلت موضعی، نوسلت متوسط و ضریب اصطکاک بررسی شده است. نتایج نشان می دهد با افزایش نرخ تولید گرما، میزان انتقال حرارت در سیال غیرنیوتنی کاهش می یابد.

واژه های کلیدی: انتقال حرارت جابجایی ترکیبی، سیال غیرنیوتنی، تولید یا جذب حرارت، سطح موج دار

The Study of the Combined Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid on the Vertical Wavy Surfaces with Heat Absorption Generation

M. Oghabi, Department of Mech.. Eng., Takestan Islamic Azad University

K. Javaherdeh, Department of Mech.. Eng., Takestan Islamic Azad University

M. Moslemi, Department of Mech.. Eng., Gilan University

Abstract: In this paper the combined convection heat transfer has been studied in the boundary layer of a non-Newtonian fluid while the heat is absorbed or generated in the wall. In this study by applying a suitable transformation, the wavy surface coordinates are converted to a flat surface coordinated, and then the governing equations involved the fluid flow have been solved numerically by finite volume technique. The effects of the heat generation rate on the various flow and heat transfer parameters such as local and average Nussolt number and the loss coefficient have been evaluated. By a careful examination of the results, it reveals that by increasing the heat generation rate, the heat transfer rate in non-Newtonian flow is reducing.

Key words: Combined convection, Non-Newtonian fluid, Wavy, Vertical surface and Heat generation

۱- مقدمه

عبارت انتشار و نیروی گریز از مرکز است. همچنین آنها طی یک مطالعه دیگر، انتقال حرارت ترکیبی سیال‌های غیرنیوتنی بر روی سطوح موج‌دار را مورد مطالعه قرار دادند [۴]. آنها دریافتند که رفتار سیال‌های غیرنیوتنی نزدیک لبه حمله صفحه و پایین‌دست جریان تا حدی متفاوت است بطوریکه با افزایش شاخص غیرنیوتنی مقدار عدد نوسلت موضعی و نوسلت متوسط در نزدیکی لبه حمله صفحه افزایش می‌یابد، ولی در پایین‌دست جریان کاهش می‌یابد. یانگ و جانگ [۵] انتقال حرارت ترکیبی و انتقال جرم بر روی سطح موج‌دار را بررسی کردند. اثر تابش و انتقال حرارت ترکیبی در سطح موج‌دار توسط حسین و مولا [۶] مورد مطالعه قرار گرفت. اثر میدان مغناطیسی و انتقال حرارت طبیعی همراه با تولید یا جذب گرما توسط مهدی و همکاران بررسی شد [۷]. همچنین تاشتشوش و ادات اثر میدان مغناطیسی را بر روی سطوح موج‌دار مرکب بررسی کردند [۸].

مطالعه جذب یا تولید گرما در حرکت سیال‌ها مسئله مهمی می‌باشد که اهمیت آن در تسریع واکنش‌های شیمیایی آشکار است. اثر تولید گرما باعث می‌شود که نحوه چگونگی توزیع دما عوض شود. در نتیجه در ته‌نشینی ذرات در راکتورهای هسته‌ای، تراشه‌های الکترونیکی کاربرد عملی دارد که مثال‌های بالا کاربرد عملی تولید گرما در جریان آرام سیال-های لزج را نشان می‌دهد. در مقاله حاضر برطبق مطالعات و اجراولو و هادجینولو [۹] نرخ حجمی تولید گرما، q'' برحسب (W/m^3) به صورت زیر می‌باشد:

(۱)

$$q'' = \begin{cases} Q_0(T - T_\infty) & T > T_\infty \\ 0 & T < T_\infty \end{cases}$$

که Q_0 نرخ تولید یا جذب گرما به‌ازای واحد اختلاف دما

می‌باشد.

امروزه کاربرد و توسعه سیال‌های غیرنیوتنی در فرآیندهای حرارتی و برودتی صنایع مختلف از قبیل ذوب پلاستیک، پلیمرها و همچنین افزایش و بهینه‌سازی عملکرد مبدل‌های حرارتی از اهمیت زیادی برخوردار است. بیشتر مطالعات قبلی در مورد سیال‌های غیرنیوتنی بر روی سطوح صاف انجام گرفته است. بلحاظ اینکه به دلیل ناصافی‌هایی که عملاً در برخی سطوح انتقال حرارت از قبیل جمع‌کننده‌های خورشیدی و چگالنده‌ها مشاهده می‌شود، مطالعه انتقال حرارت از سطوح موج‌دار از اهمیت خاصی برخوردار است، لذا در این مقاله به بررسی این موضوع پرداخته شده است. اولین مطالعه در این زمینه توسط کیم [۱] تحت عنوان انتقال حرارت طبیعی بر روی سطوح موج‌دار قائم در سیال‌های غیرنیوتنی انجام شده است. او نشان داد که با افزایش شاخص غیرنیوتنی n ضخامت لایه مرزی کم می‌شود. همچنین ضریب انتقال حرارت برای سیال‌های دایلاتانت افزایش و برای سیال‌های شبه پلاستیک کاهش می‌یابد.

انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال‌های غیرنیوتنی همراه با اثر مغناطیسی در سطوح موج‌دار توسط یانگ و چن [۲] بررسی شده است. آنها معادلات تبدیل یافته را به روش (Cubic spline) حل و نشان دادند که گرادیان دما برای سیالات دایلاتانت نسبت به سیال‌های شبه‌پلاستیک بیشتر است. آنها همچنین اثر حرکتی میدان مغناطیسی (MHD) بر پروفیل سرعت و دما را بررسی و دریافتند که با افزایش پارامتر (Magneto-Hydrodynamic) دمای سیال افزایش پیدا می‌کند، اما سرعت کاهش می‌یابد. وانگ و چن [۳] انتقال حرارت ترکیبی لایه‌مرزی همراه با اثر (Magneto-Hydrodynamic) برای زاویه‌های مختلف سطوح موج‌دار مطالعه کردند. آنها نشان دادند که در نمودارهای عدد نوسلت و ضریب اصطکاک دو هارمونیک وجود دارد که هارمونیک اول به خاطر گرادیان فشار و هارمونیک دوم به خاطر

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_f \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q_0 (T - T_\infty) \quad (5)$$

شرایط مرزی عبارت است از:

$$T = T_w, \quad u = v = 0 \quad (1) \text{ بر روی سطح موجدار:}$$

$$(2) \text{ در سطح آزاد } (y \rightarrow \infty):$$

$$T = T_w, \quad u = v = 0$$

$$T \rightarrow T_\infty, \quad u = U_w(x), \quad p = p_\infty(x)$$

در معادلات فوق، u و v به ترتیب بردار سرعت سیال در

جهت x و y ، ρ چگالی، p فشار، C_p گرمای ویژه سیال در

فشار ثابت، $U_w(x)$ سرعت سیال در سطح آزاد در جهت x ، T

و β به ترتیب دمای سیال و ضریب تراکم در دمای ثابت می-

باشد. با استفاده از تبدیل پرنانتل برای تبدیل سطح موجدار به

سطح صاف که توسط یائو [۱۰] ارائه گردید، متغیرهای بدون

بعد به صورت زیر تعریف شده اند:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{x} &= \frac{x}{L}, \quad \hat{y} = \frac{y-s}{L} \text{Re}^{1/(n+1)}, \quad \alpha = \frac{a}{L}, \quad \hat{S} = \frac{S}{L}, \quad \hat{u} = \frac{u}{U_\infty}, \\ U_w &= \frac{U_w}{U_\infty}, \quad \hat{v} = \frac{v - S u}{u_\infty} \text{Re}^{1/(n+1)}, \quad \hat{p} = \frac{p}{\rho U_\infty^2}, \\ \theta &= \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho U_\infty^{2-n} L^n}{K}, \\ Q &= \frac{Q_0 L}{\rho C_p U_\infty} \text{Pr} = \frac{C_p K^{2/(n+1)}}{K_f} \left(\frac{\rho U_\infty^3}{L} \right)^{(n-1)/(n+1)}, \\ Gr &= \frac{g \beta (T_w - T_\infty) \rho^2 L^{1+2n} U_\infty^{2(1-n)}}{K^2} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

با جایگزینی متغیرهای بدون بعد به جای متغیرهای اصلی

از روابط (۶) در معادلات حاکم (۲) الی (۵) داریم:

$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = 0 \quad (7)$$

$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \text{Ri} \theta + \text{Re}^{\frac{1}{n+1}} \hat{S} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} + (1 + \hat{S}^2)^n \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \left| \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \right|^{n-1} \right) \quad (8)$$

در این مقاله سطح انتقال حرارت یک سطح موجدار

سینوسی در نظر گرفته شده است و این سطح به وسیله یک تبدیل

مختصاتی ساده به یک سطح صاف تبدیل و سپس معادلات

حاکم لایه مرزی تبدیل یافته به روش تفاضل محدود حل شده-

است. در این مطالعه اثر نرخ تولید یا جذب حرارت و نیز

پارامترهای دامنه موج، شاخص قانون نمائی لزجت، عدد

ریچاردسون و عدد پرنانتل تعمیم یافته بر روی عدد نوسلت و

ضریب اصطکاک مورد مطالعه قرار گرفته است و در نهایت نتایج

با نتایج حاصل برای سیال نیوتنی مقایسه شده است.

۲- فرمول بندی ریاضی

فرض می شود یک جریان لایه مرزی سیال غیرنیوتنی از روی

یک سطح نیمه بی نهایت با سطح موجدار قائم می گذرد. سطح

قائم موجدار به صورت $S(x) = a \sin^2(\pi x/L)$ تعریف می شود که

a دامنه موج و L طول موج می باشد. سطح جسم موجدار در

دمای ثابت T_w بوده که از دمای محیط T_∞ بیشتر است. سرعت

سطح آزاد و سرعت ورودی (لبه حمله صفحه) u_∞ است. شکل

(۱) طرحواره فیزیکی مسئله را در دستگاه مختصات کارترین

نشان می دهد. در این دستگاه مختصات، x در طول صفحه موج-

دار و در جهت جریان و y عمود بر جریان می باشد.

همچنین جریان سیال آرام، غیرقابل تراکم، پایا و دوبعدی

فرض می شود و از اثر اتلاف لزجت صرف نظر شده است. در

معادله اندازه حرکت عبارت بوزینیسک در نظر گرفته شده است.

بنابراین معادلات حاکم بر انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی همراه با

تولید یا جذب گرما به شکل زیر بیان می شود:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) + \rho g \beta (T - T_\infty) \quad (3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) \quad (4)$$

که شرایط مرزی آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \theta=1, \quad u=v=0, \quad y=0 \quad \text{در} \\ \theta \rightarrow 0, \quad u \rightarrow 1, \quad y \rightarrow \infty \quad \text{در} \end{aligned}$$

آخرین مرحله تعیین سرعت سطحی است که از شرایط لازم مرزی است. بعلت بزرگ بودن دامنه موج سطح موجدار از روش حل عددی (SOR) و تبدیل مختصاتی برای حل جریان پتانسیل و تعیین سرعت سطح استفاده می‌شود. بنابراین:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{y}^2} = 0 \quad (17)$$

$$x = \bar{x} \quad \eta = \bar{y} - \bar{S}(\bar{x}) \quad (18)$$

با جایگزینی رابطه (۱۶) در (۱۷)، معادلات تبدیل شده برای حل عددی به روش (SOR) و همچنین سرعت $(U_w(\bar{x}))$ به شکل زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - S'' \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - 2S' \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \eta} + (1+S'^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = 0 \quad (19)$$

و در نتیجه:

$$U_w = \left. \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} \quad (20)$$

با استفاده از قانون سرمایش نیوتن و همچنین قانون فوریه می‌توان عدد نوسلت موضعی هنگامیکه $Gr/Re^2 \neq 0$ است از رابطه (۱۶) تعیین نمود.

عدد نوسلت متوسط با میزان متوسط انتقال حرارت بر روی صفحه از لبه حمله تا نقطه مورد نظر بر روی صفحه $y = S(x)$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\left(\frac{4}{Gr_{\bar{x}}} \right)^{1/2(n+1)} Nu_m = - \left(\frac{1}{Rix} \right)^{1/2(n+1)} \left(\frac{2}{x^n} \right)^{1/2(n+1)} \times \int_0^x \left(\frac{U_w}{2x} \right)^{1/2(n+1)} (1+S'^2) \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} dx \quad (21)$$

هنگامی که $Ri \neq 0$ باشد عبارت زیر را برای ضریب اصطکاک می‌توان نوشت:

$$\hat{S} \hat{u}^2 + \hat{S} Ri \theta = \hat{S} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} - Re^{\frac{1}{n+1}} (1 + \hat{S}^2) \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} \quad (9)$$

$$\hat{u} \frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \theta}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{Pr} (1 + \hat{S}^2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{y}^2} + Q \theta \quad (10)$$

به‌لحاظ اینکه عبارت گرادیان فشار در جهت y در رابطه (۹) از مرتبه $O(Re^{-1/(n+1)})$ است، بنابراین با حل جریان سیال غیرلزج از روابط (۷) و (۸) گرادیان فشار در جهت x به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} = -(1+S'^2) U_w U_w' + S'S'' U_w^2 \quad (11)$$

معادلات اندازه حرکت تبدیل یافته (۷) و (۸) را می‌توان با حذف عبارت $\partial \hat{p} / \partial \hat{y}$ به صورت یک معادله نوشت، بنابر این:

$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{1+S'^2} \left(-\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + Ri \theta - S'S'' \hat{U}^2 \right) + (1+S'^2)^n \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \left| \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \right|^{n-1} \right) \quad (12)$$

به‌لحاظ اینکه نقطه $x=0$ (لبه حمله صفحه) نقطه منفرد می‌باشد به منظور برطرف کردن آن تبدیل‌های زیر به کار برده می‌شود:

$$x = \hat{x}, \quad v = \hat{v} \left(\frac{2\hat{x}}{U_w} \right)^{1/(n+1)}, \quad u = \frac{\hat{u}}{U_w}, \quad y = \hat{y} \left(\frac{2\hat{x}}{U_w} \right)^{1/(n+1)} \quad (13)$$

با جایگزینی (۱۲) در (۷)، (۹) و (۱۱) معادلات نهایی بقا به شکل زیر در می‌آیند:

$$2xu \frac{\partial u}{\partial x} + \left[\left(\frac{2x}{U_w} \right)^{(n-1)/(n+1)} v - \frac{2yu}{n+1} \left(1 - x \frac{U_w'}{U_w} \right) \right] \frac{\partial u}{\partial y} + 2x(u^2 - 1) \left(\frac{S'S''}{1+S'^2} + \frac{U_w'}{U_w} \right) = \frac{2x}{U_w^2 (1+S'^2)} Ri \theta \quad (14)$$

$$+ (1+S'^2)^n U_w^{n-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \right) + \frac{2x}{U_w (1+S'^2)} M_n (1-u)$$

$$2xu \frac{\partial \theta}{\partial x} + \left[\left(\frac{2x}{U_w} \right)^{(n-1)/(n+1)} v - \frac{2yu}{n+1} \left(1 - x \frac{U_w'}{U_w} \right) \right] \frac{\partial \theta}{\partial y} = \quad (15)$$

$$\frac{(1+S'^2)}{Pr} \left(\frac{2x}{U_w} \right)^{(n-1)/(n+1)} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \left(\frac{2x}{U_w} \right) Q \theta$$

$$\left(\frac{4}{Gr_{\bar{x}}} \right)^{1/2(n+1)} Nu_{\bar{x}} = - \left(\frac{1}{Rix} \right)^{1/2(n+1)} U_w^{1/(n+1)} (1+S'^2)^{1/2} \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (16)$$

است که نتایج بدست آمده برای عدد نوسلت موضعی نشان می‌دهد که تفاوت برای شبکه ۱۲۰×۲۰۰ و ۱۵۰×۲۵۰ کمتر از $۰/۲$ درصد است.

اثر تولید یا جذب گرما بر روی میزان انتقال حرارت به صورت نمودار عدد نوسلت موضعی برای، $\alpha = ۰/۱$ ، $Pr = ۱۰$ ، $Ri = ۲۰$ و $n = ۰/۸$ در شکل (۲) نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که سرعت انتقال حرارت با افزایش پارامتر تولید گرما از سطح گرم کاهش می‌یابد. بعلاوه اینک مکانیزم تولید گرما باعث افزایش دمای سیال نزدیک سطح می‌شود، مطابق شکل (۳) این کاهش قابل پیش‌بینی می‌باشد. به عبارتی با وجود جذب گرما ($Q < 0$) لایه‌ای از سیال سرد در نزدیکی سطح گرم ایجاد می‌شود، بنابراین سرعت انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

در شکل‌های (۴) و (۵) تاثیر عدد پرانتل در نمودارهای عدد نوسلت موضعی و ضریب اصطکاک برای $Ri = ۵۰$ ، $\alpha = ۰/۱۵$ و $Q = -۰/۱$ برای سیال غیرنیوتنی مدل نمائی با شاخص‌های ویسکوزیته مختلف (n) نشان داده شده است. بطوریکه ملاحظه می‌شود با افزایش عدد پرانتل مقدار ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. دلیل آن این است که چگالی کمتر سیال باعث حساسیت بیشتری نسبت به نیروی شناوری می‌شود، بنابراین مطابق شکل (۶) باعث تغییرات بیشتری در گرادیان سرعت دیواره می‌شود و مقدار ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش عدد پرانتل ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن دمای سطح گرادیان مطابق شکل (۷) دما بیشتر شده و مقدار عدد نوسلت موضعی نیز افزایش می‌یابد. با بررسی شاخص لزجت نمائی در شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود که برای سیال دایلاتانت ($n = ۱/۲$) عدد نوسلت موضعی مقدار بیشتری نسبت به سیال نیوتنی ($n = ۱/۰$) و سیال شبه پلاستیک نزدیک لبه حمله صفحه دارد ($n = ۰/۸$). در حالیکه به تدریج

$$Ri^{-1} \left(\frac{Gr}{2(n+1)x} \right)^{1/2(n+1)} C_f = \left(\frac{n+1}{2} \right)^{-1/2(n+1)} \times \left(\frac{1}{Rix} \right)^{(2n+1)/2(n+1)} U_w^{n(n+2)/(n+1)} (1+S'^2)^n \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}^n \quad (22)$$

۳- روش حل عددی

معادلات بی‌بعد (۱۳) الی (۱۵) برای تعیین U ، θ ، به روش حل عددی تفاضل محدود ضمنی جداسازی شده به کار می‌روند، بدین صورت که در عبارت‌های انتشار و انتقال حرارت عرضی از روش جداسازی تفاضل مرکزی و در انتقال حرارت محوری از روش تفاضل پس‌رو با استفاده از بالادست جریان استفاده می‌شود. روابط حاکم را به صورت ناپایا در نظر گرفته تا اینکه رژیم جریان به حالت پایدار برسد. روابط جبری پس از جداسازی را به شکل ماتریس سه قطری به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$A_{i,j} \Omega_{i,j-1}^{n+1} + B_{i,j} \Omega_{i,j}^{n+1} + C_{i,j} \Omega_{i,j+1}^{n+1} = D_{i,j} \quad (22)$$

که به جای Ω عبارات U و θ جایگزین می‌شود. این معادله به آسانی با الگوریتم توماس قابل حل است، عملیات تکرار آنقدر ادامه دارد که به حد همگرایی مورد نظر به دست آید که حد همگرایی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^n}{\Omega_{i,j}^n} < 5 \times 10^{-5} \quad (23)$$

۴- نتایج

به لحاظ موجدار بودن صفحه، تغییرات گرادیان دما و سرعت در نزدیکی سطح در راستای y و همچنین در نزدیکی لبه حمله صفحه در راستای x بیشتر است، بنابراین از شبکه ریزتری در نواحی ذکر شده استفاده می‌شود. مسئله بسیار مهم در دقت شبیه سازی اطمینان از کافی بودن تعداد نقاط شبکه می‌باشد برای دستیابی به تعداد نقاط مناسب و کافی در عمل محاسبات را با یک شبکه مناسب شروع شده سپس تعداد نقاط شبکه را به تدریج افزایش می‌یابد، بنحوی که از یک تعداد نقاط به بعد تاثیر شبکه روی نتایج ناچیز می‌گردد. برای مسئله فوق از شبکه‌های ۷۰×۸۰ ، ۹۰×۱۵۰ ، ۱۲۰×۲۰۰ و ۱۵۰×۲۵۰ استفاده شده

مقدار آن در پایین دست جریان کاهش می‌یابد و به مقدار کمینه می‌رسد.

همچنین در نمودار ضریب اصطکاک عکس این رفتار در مورد سیال غیرنیوتنی مشاهده می‌شود و مشاهده می‌شود که ضریب اصطکاک برای سیال دایلاتانت مقدار کمتری نسبت به سیال نیوتنی و شبه‌پلاستیک در لبه حمله صفحه دارد، ولی مقدار آن به تدریج در پایین دست جریان افزایش می‌یابد. همچنین باید توجه داشت در سطح موجدار در نزدیکی لبه حمله اثر انتقال حرارت جابجایی اجباری بیشتر است ولی در پایین دست جریان انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناحیه غالب می‌باشد و سیال شتاب گرفته باعث تغییر در تنش می‌شود.

توزیع محوری عدد نوسلت موضعی، نوسلت متوسط در شکل- های (۸) و (۹) برای $Pr = 10$ ، $Ri = 500$ و $Q = 0.1$ برای سیال غیرنیوتنی با شاخص‌های مختلف لزجت و همچنین دامنه موج متفاوت $(\alpha = 0.01, 0.2)$ نشان داده شده است. همچنین مشابه انتقال حرارت جابجایی آزاد که توسط کیم بررسی شد به جز در لبه حمله صفحه نسبت دامنه موج عدد نوسلت موضعی و ضریب اصطکاک برابر نصف دامنه موج صفحه موجدار است. همچنین با افزایش دامنه موج عدد نوسلت موضعی و ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. عدد نوسلت متوسط نیز به صورت پیرویدیک می‌باشد ولی دامنه نوسان آن کمتر از عدد نوسلت موضعی می‌باشد. همچنین مقدار آن برای سطح موجدار نسبت به سطح صاف بیشتر است، که می‌تواند به این دلیل باشد منطقه انتقال حرارت برای سطح موجدار بیشتر از سطح صاف است. بنابراین میزان انتقال حرارت کلی افزایش می‌یابد. به عبارتی با افزایش دامنه موج عدد نوسلت متوسط افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله انتقال حرارت جابجایی ترکیبی سیال غیرنیوتنی همراه با تولید یا جذب حرارت بر روی سطح موجدار مورد

بررسی قرار گرفته‌است. تبدیل ساده‌ای برای تبدیل سطح موجدار به صاف استفاده شده، همچنین روش حل عددی تفاضل محدود برای تحلیل بکار رفته‌است. اثر پارامترهایی چون پارامتر تولید یا جذب حرارت، عدد پراتل تعمیم یافته، دامنه موج و شاخص‌های توانی لزجت سیال غیرنیوتنی مدل نمائی بر روی عدد نوسلت موضعی و نوسلت متوسط بررسی شده است. خلاصه‌ای از نتایج را می‌توان بصورت ذیل جمع-بندی نمود:

۱- در انتقال حرارت ترکیبی صفحات موج‌دار در نزدیکی لبه حمله صفحه، انتقال حرارت جابجایی اجباری غالب است در حالیکه در پایین دست جریان انتقال حرارت جابجایی آزاد غالب می‌باشد.

۲- میزان نرخ انتقال حرارت با افزایش پارامتر تولید گرما از سطح گرم کاهش می‌یابد.

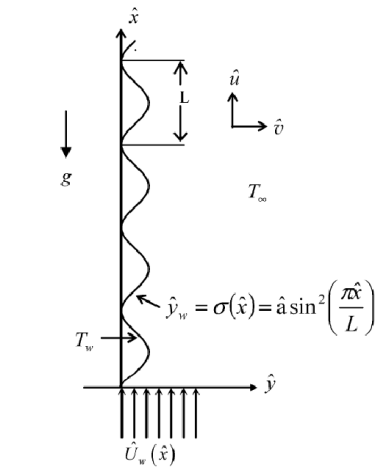
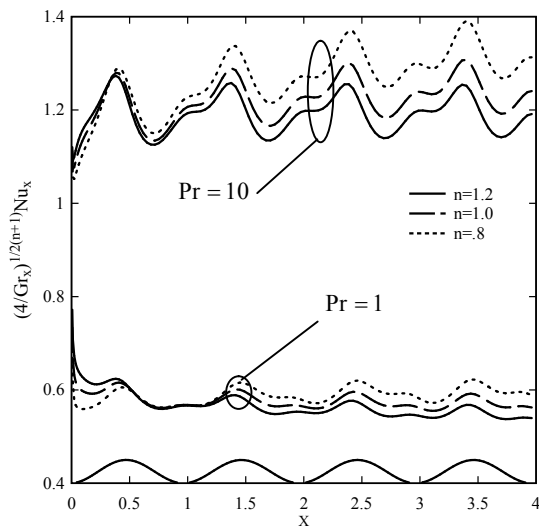
۳- با افزایش عدد پراتل تعمیم یافته عدد نوسلت موضعی و متوسط افزایش ولی ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

۴- میزان انتقال حرارت کلی برای صفحات موج‌دار بیشتر از صفحات صاف است، چون سطح موجدار دارای سطح بیشتری در جهت انتقال حرارت است.

۶- فهرست علائم

علامت اختصاری	کمیت فیزیکی
a	بزرگی دامنه موج (m)
C_f	ضریب اصطکاک
C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت (kJ/kg.K)
Ec	عدد اکرت
g	شتاب ثقل (m/s^2)
Gr	عدد گراشف تعمیم یافته
K	شاخص پایداری سیال غیرنیوتنی
K_f	ضریب هدایت گرمایی (W/m.K)
L	طول موج سطح (m)
n	شاخص لزجت نمائی
Nu_x	عدد نوسلت موضعی

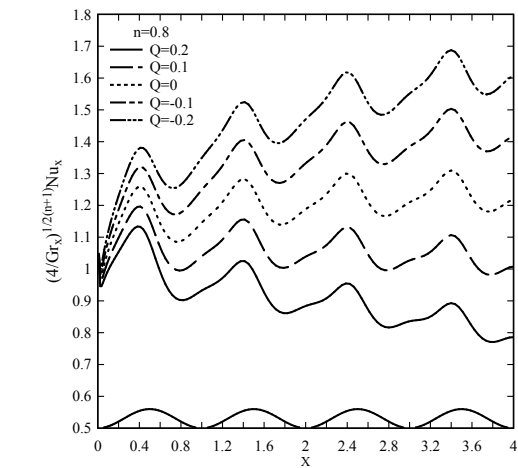
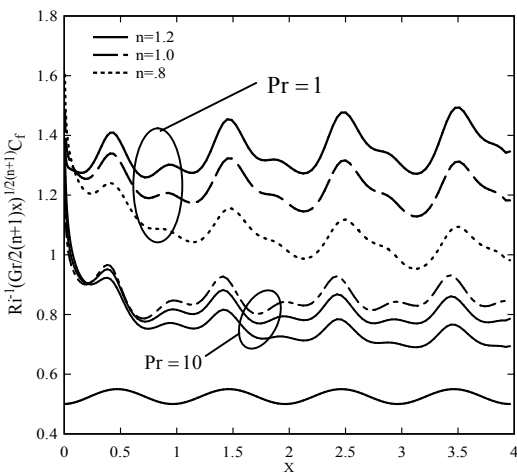
- Effect, *Int. J. of Thermal Science*, Vol. 44, pp 577-586, 2005.
- [4] Wang, C. C. and Chen, C. K., "Mixed Convection Boundary Layer Flow of Non-Newtonian Fluids along Vertical Wavy Plates", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 23, pp 831-839, 2002.
- [5] Jer-Huan Jang, J. H., Yan, W. M. and Liu, H. C., "Mixed Convection Heat and Mass Transfer along a Vertical Wavy Surface", *Int. J. Heat And Mass Transfer*, Vol. 47, pp 419-428, 2004.
- [6] Mamun, M., Molla, A. and Hossain, M. A., "Radiation Effect on Mixed Convection Laminar Flow along a Vertical Wavy Surface", *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 46, pp 926-935, 2007.
- [7] Hady, F. M., Mohamed, R. A. and Mahdy, A. "MHD Free Convection Flow along a Vertical Wavy Surface with Heat Generation or Absorption Effect", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp 1253-1263, 2006.
- [8] Bourhan Tashtoush, B. and Al-Odat, M. "Magnetic Field Effect on Heat and Fluid Flow over a Wavy Surface with a Variable Heat Flux", *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 268, pp 357-363, 2007.
- [9] Vajravelu, K. and Hadjinicolaou, A., "Heat Transfer in a Viscous Fluid over a Stretching Sheet with Viscous Dissipation and Internal Heat Generation", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp 417-430, 1993.
- [10] Yao, L. S., "A Note on Prandtl's Transposition Theorem", *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 110, pp 503-50, 1988.
- Nu_m عدد نوسلت متوسط
- P فشار (Pa)
- Pr عدد پرائنتل تعمیم یافته
- Q پارامتر بی بعد گرمای سطح
- Q_o گرمای سطح (W)
- T دما (K)
- v و u سرعت بدون بعد
- \bar{v} و \bar{u} مولفه های سرعت در جهت \bar{x} و \bar{y} (m/s)
- \bar{y} و \bar{x} مختصات مکانی (m)
- علامت یونانی
- α دامنه موج (m)
- β ضریب تراکم حرارتی (K^{-1})
- ρ چگالی سیال (kg/m^3)
- θ دمای بدون بعد
- ϕ عبارت اتلافات لزج سیال
- ψ تابع جریان
- η مختصات تبدیل یافته
- زیر نویس ها
- w سطح (دیواره)
- ∞ شرایط دور از سطح (سطح آزاد)
- بالا نویس ها
- $//$ مشتق اول و دوم در جهت
- متغیر ابعادی x
- ۷- مراجع
- [1] Kim, E., "Natural Convection along a Wavy Vertical Plate to Non-Newtonian Fluids", *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 40, No. 13, pp. 3069-3078, 1997.
- [2] Yang, Y. T., Chen, C. K. and Lin, M. T., "Natural Convection of Non-Newtonian Fluids along a Wavy Vertical Plate Including Magnetic Field Effect", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 13, pp 2813-2842, 1996.
- [3] Wang, C. C. and Chen, C. K., "Mixed Convection Boundary Layer Flow on Inclined Wavy Plates Including the Magnetic Field



شکل (۱): الگوی فیزیکی و دستگاه مختصاتی

شکل (۴): توزیع محوری عدد نوسلت موضعی $(4/Gr)^{1/2(n+1)}Nu_x$

برای $\alpha = 0.15, Pr = 10, Ri = 50$

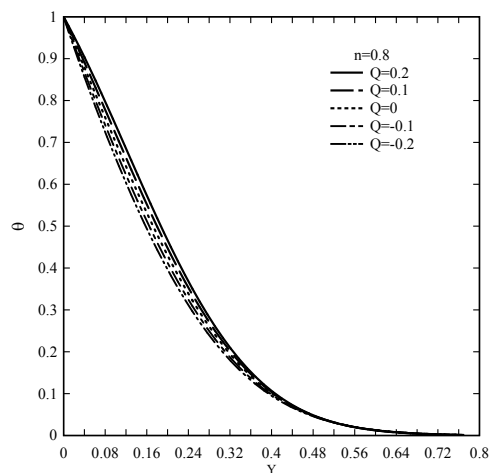


شکل (۲): توزیع محوری عدد نوسلت موضعی $(4/Gr)^{1/2(n+1)}Nu_x$

برای $\alpha = 0.1, Pr = 10, Ri = 20, n = 0.8$

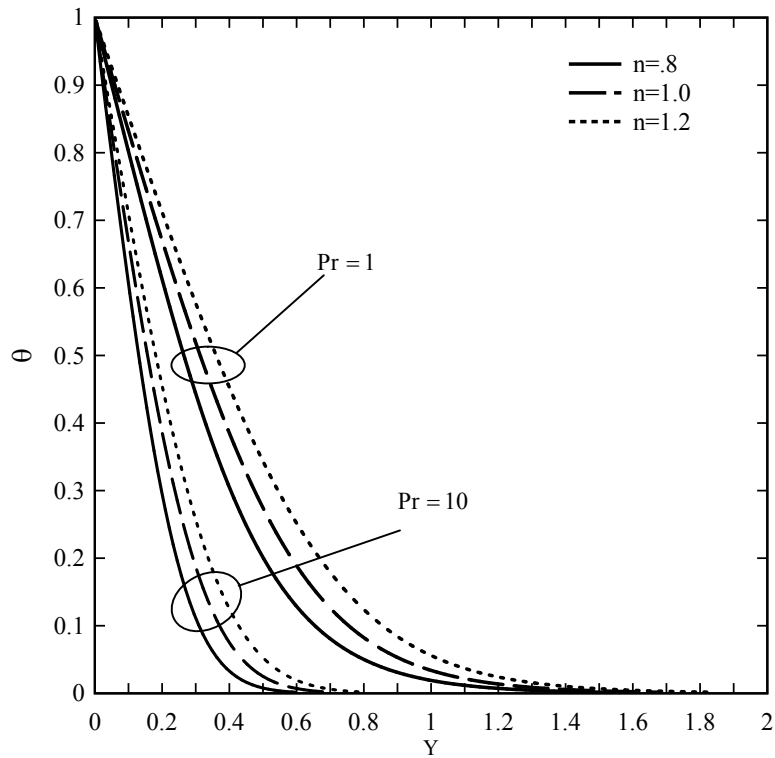
شکل (۵): توزیع محوری ضریب اصطکاک $Ri^{-1} \left(\frac{Gr}{2(n+1)x} \right)^{1/2(n+1)} C_f$

برای $\alpha = 0.15, Pr = 10, Ri = 50, Q = -0.1$

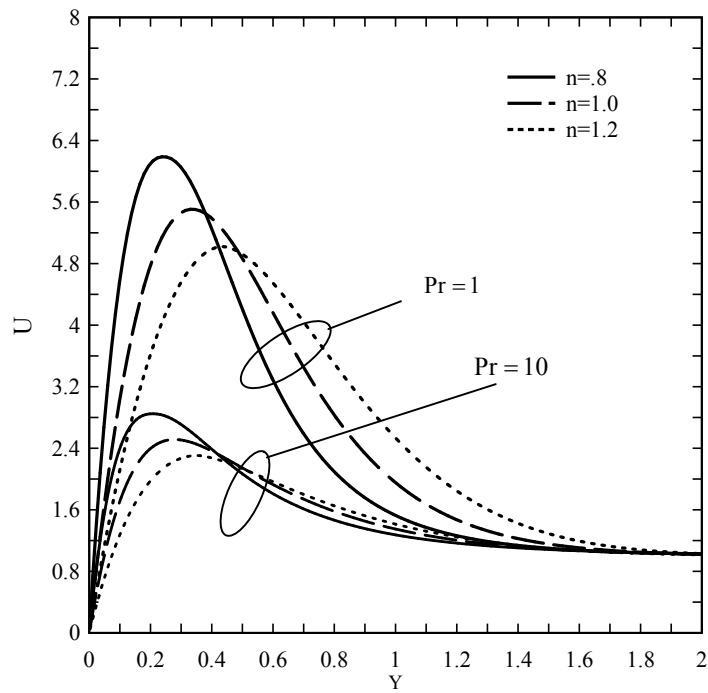


شکل (۳): پروفیل دما برای $\alpha = 0.1, Pr = 10, Ri = 20, n = 0.8$

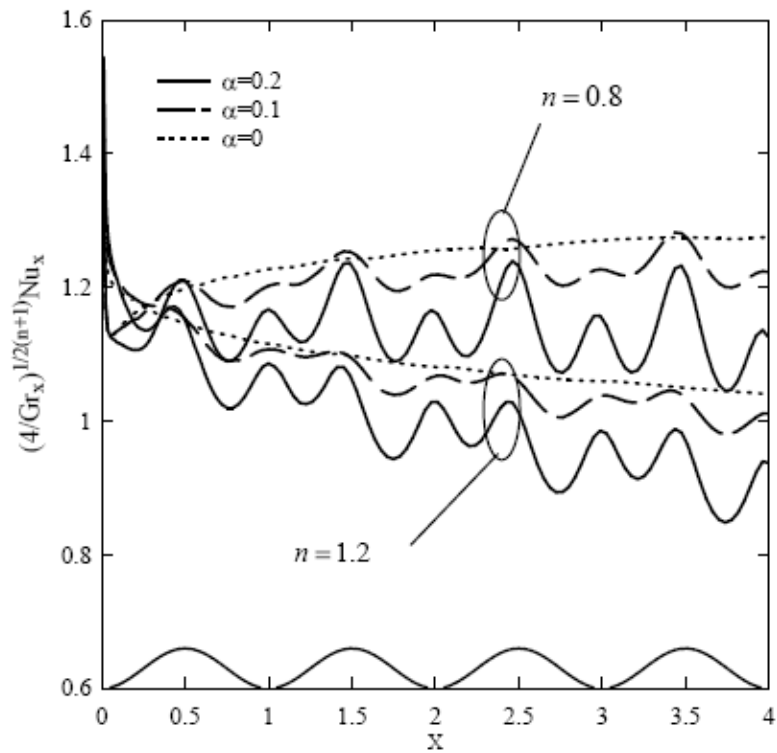
و Q های مختلف.



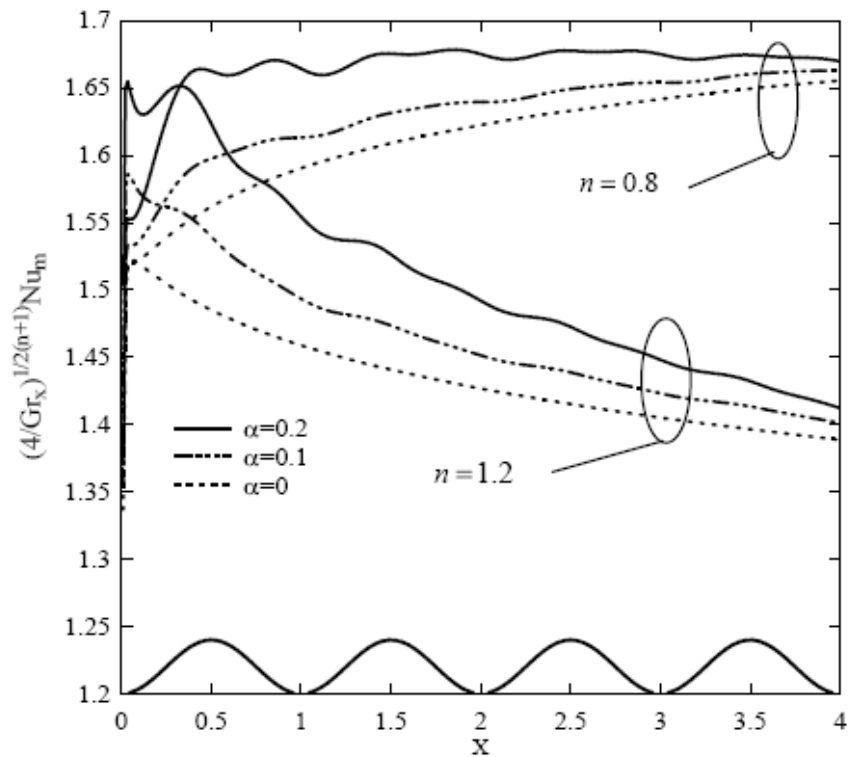
شکل (۶): پروفیل دما برای $\alpha = 0.15$, $Pr = 1-10$, $Ri = 50$, $Q = -0.1$ و n های مختلف در $x = 1/75$.



شکل (۷): پروفیل سرعت برای $\alpha = 0.15$, $Pr = 1-10$, $Ri = 50$, $Q = -0.1$ و n های مختلف در $x = 1/75$.



شکل (۸): توزیع محوری عدد نوسلت موضعی $(4/Gr)^{1/2(n+1)}Nu_x$ برای $Pr=10, Ri=500, Q=0/1$.



شکل (۹): توزیع محوری عدد نوسلت متوسط $(4/Gr)^{1/2(n+1)}Nu_m$ برای $Pr=10, Ri=500, Q=0/1$.