



## تخمین نیرو در فرآیند اکستروژن سرد مستقیم مقاطع دایروی با استفاده از روش المان محدود

### ABAQUS

داود فضائلی<sup>۱</sup> - وحید منفرد<sup>۲</sup>

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان، ایران

vahid\_monfared\_57@yahoo.com

#### چکیده:

هدف از انجام این مقاله پژوهشی، تخمین نیرو در فرآیند اکستروژن سرد مستقیم مقاطع دایروی با استفاده از روش اجزاء محدود با استفاده از نرم افزار ABAQUS برای دو حالت ضمنی و غیر ضمنی (صریح) و مقایسه نتایج آن با نتایج روش تحلیلی قاجی Slab Method و روش آزمایشگاهی می باشد. در این مقاله پژوهشی یک فرآیند اکستروژن مستقیم برای مقاطع دایروی با استفاده از روش های تحلیلی قاجی، روش اجزاء محدود به کمک نرم افزاری ABAQUS در دو حالت Implicit و Explicit برای آلیاژی از آلومینیوم مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین با ارائه مبانی روش تحلیل قاجی، سعی شده است با افزودن معادلات و محاسباتی جدید، جواب های بهتری از این روش حاصل شود. این روش با استفاده از نرم افزار MATLAB به صورت برنامه ای Visual نوشته شده است. در ادامه، یک فرآیند اکستروژن مستقیم که در یکی از مقالات بر روی آن کار شده بود و نتایج عملی حاصل از آزمایش آن مشخص شده بود مبنای کار و مقایسه قرار گرفته شده و براساس آن شبیه سازی با نرم افزار ABAQUS انجام شده است. همچنین با روش تحلیل قاجی نیز فرآیند فوق مورد تحلیل قرار گرفت و نتایج و نمودارهای حاصل از سه روش فوق در مقاله آورده شده و مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است.

کلید واژگان: اکستروژن، روش اجزای محدود، روش صریح، روش ضمنی، روش تحلیل قاجی نیرو

## *Estimation of force in the cold direct extrusion in circular cross section using finite element method ABAQUS*

*Davood Fazaeli<sup>1</sup>, Vahid Monfared<sup>2</sup>*

*1- School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

*2- Assistant Prof. Department of Mechanical Engineering, Zanzan Branch, Islamic Azad University, Zanzan, Iran*

vahid\_monfared\_57@yahoo.com

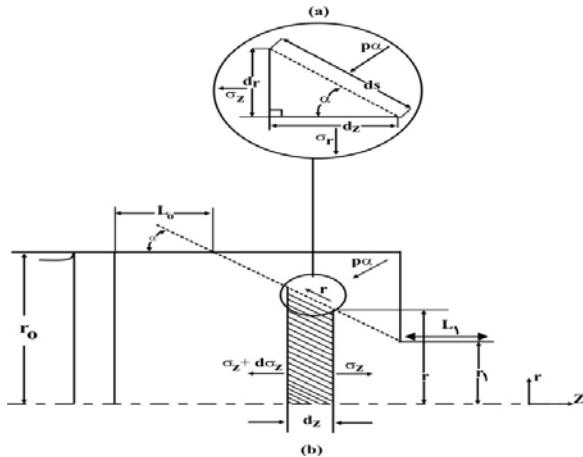
#### Abstract:

In this research article, the force value is predicted and estimated in the cold direct extrusion in circular cross section using finite element method ABAQUS for cases of implicit and explicit. Also, the obtained results by FEM are compared with analytical Slab Method and available experimental method results. The material used here for investigation is 5154Al. After these calculations interesting and beneficial results are obtained. On the other hand, the purpose of this article is the estimation of force in the direct extrusion of rod sections. Finally a schematic comparison is done among the results of analytical Slab Method, finite element method ABAQUS and available experimental method.

**Keywords:** Extrusion, Slab Method, Finite Element Method, Implicit and Explicit.

## ۱- مقدمه

روش قابلیت کامپیوتری کردن آن است که این ویژگی مهم باعث شده است در تحلیل اکثر فرآیندهای شکل‌دهی از این روش استفاده شود. ابتدا نیروی ناشی از اصطکاک در container طبق شکل (۱) بدست می‌آید.



شکل (۱): تنش‌های شتابی از تنش‌ها در اکستروژن یک مقطع دایروی: (a) تنش‌های شعاعی یا محوری و فشار عمودی در ناحیه‌ی تماس حدیده، (b) تنش‌های اعمال شونده روی قاچ [۴-۱۰]

سپس موازنه نیرو در حدیده انجام می‌گیرد که نتایج آن طبق معادلات زیر گزارش می‌شود. مطابق شکل (۱) موازنه نیرو در یک قاچ با ضخامت بسیار کم  $dz$ ، در جهت محوری  $t$  عبارت است از:

$$(\sigma_z + d\sigma_z)(r + dr)^2 \pi - \pi r^2 \sigma_z + \rho_a 2\pi r ds \sin \alpha + \tau 2\pi r ds \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

که  $\sigma_z$  و  $d\sigma_z$  به ترتیب عبارت‌اند از تنش محوری و تغییرات در جزء تنش محوری،  $r$  و  $dr$  عبارت‌اند از شعاع و تغییرات در جزء شعاع،  $P_a$  فشار عمودی در سطح حدیده  $ds = dr / \sin \alpha = dz / \cos \alpha$  همچنین نیروی ناشی تغییر شکل همگن و نیروی ناشی از اصطکاک در حدیده مطابق زیر تعیین می‌گردند.

$$P_{dh} = \bar{\sigma} \ln(A_0 / A_1) \pi r_0^2 \quad (2)$$

$$P_{fd} = \frac{\tau_d \ln(A_0 / A_1)}{\sin \alpha \cos \alpha} \pi r_0^2 \quad (3)$$

که در آن،  $\tau_d$  عبارت است از تنش برشی ناشی از اصطکاک در حدیده.

در مرحله بعدی از محاسبات، تغییر شکل برشی (shear deformation) مطابق شکل (۲) تعیین می‌گردد. در ورود و خروج از قسمت مخروطی (حدیده) ماده تحت تغییر شکل برشی غیر همگنی قرار می‌گیرد. انرژی و نیروی مورد نیاز برای این تغییر شکل قابل تخمین است. برای این منظور فرض می‌شود که این تغییر شکل برش به‌طور ناگهانی در سطوح ناپیوسته‌ای که در شکل مشخص شده صورت می‌گیرد.

اولین ایده اکستروژن در سال ۱۷۹۷ توسط آقای جوزف برماه (Joseph Bernah) مطرح شد. وی شرح پرسی را برای ساخت لوله از سرب یا هر فلز نرم دیگری در مقاله‌ای ارائه داده بود که می‌توانست لوله‌های با قطرهای مختلف و طرح‌های دلخواه را بوجود آورد. در سال ۱۸۲۰ آقای توماس بور (Thomas Burr) پرس هیدرولیکی را ساخت و در سال ۱۸۹۴ الکساندر (Alexander) از مس و برنج در اکستروژن استفاده کرد. استفاده موفقیت آمیز از فلزاتی مانند مس، سرب و برنج در فرآیند اکستروژن، استفاده آلومینیوم و فولاد را نیز ممکن ساخت. در سال‌های اخیر با عنایت به افزایش نسبت استحکام به وزن با استفاده از ریز نمودن دانه‌های آلیاژی‌هایی همچون آلومینیوم مورد توجه و استقبال قرار گرفته است. بنابراین، این عمل با افزایش تنش تسلیم ماده، باعث کاربرد زیاد و گوناگون اینگونه از فلزات در صنعت می‌گردد. روش‌های تغییر شکل پلاستیک جهت دستیابی به ساختار بسیار ریز دانه در فلزات است [۱۰]. فلزاتی که تحت تغییر شکل پلاستیک قرار می‌گیرند، دارای خواص مکانیکی خوبی از جمله انعطاف پذیری مطلوب و استحکام بالا می‌باشند [۳]. همچنین، دیناهاران و همکارانش در سال ۲۰۱۴ با سود جستن از روش فرآیند اکستروژن معکوس اصطکاکی اغتشاشی موفق به تولید لوله‌هایی از جنس مس خالص شدند [۴]. همچنین تحقیقات کاربردی و مهمی نیز در این راستا انجام شده است [۹-۴]. همچنین محققان موفق به تولید لوله آلومینیومی با استفاده از روش اکستروژن معکوس اصطکاکی اغتشاشی شدند نتایج بدست آمده نشان داد که تبلور مجدد دینامیکی عامل اصلی و اساسی در بهبود ریز ساختار ماده در حین فرآیند اکستروژن معکوس اصطکاکی اغتشاشی می‌باشد [۱۰].

در این مقاله پژوهشی، نیرو در فرآیند اکستروژن سرد مستقیم برای مقاطع دایروی به صورت تحلیل عددی و با استفاده از المان محدود ABAQUS تخمین زده و پیش بینی می‌گردد. در این تحقیق یک فرآیند اکستروژن سرد مستقیم برای مقاطع دایروی با استفاده از روش‌های تحلیلی قاچی، روش اجزاء محدود به کمک نرم افزاری ABAQUS در دو حالت Explicit و Implicit مورد تحلیل قرار می‌گیرد و نتایج آن با یکدیگر مقایسه و دلایل خطا بیان می‌گردد. در نهایت نیز روش مناسب تر پیشنهاد خواهد گردید.

## ۲- مواد و روش تحقیق

در این بخش به توضیح سه روش تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی به طور مختصر پرداخته می‌شود و سپس در بخش نتایج بررسی بیشتری انجام می‌گیرد.

## ۲-۱- روش تحلیل قاچی نیرو (Slab Method)

این روش که رهیافت تعادل پیکر آزاد نیز نام دارد، شامل نوشتن تراز نیرو، روی قاچی از فلز با ضخامت جزئی است. در نتیجه این کار معادله‌ی دیفرانسیلی به دست می‌آید که در آن تغییرات تنها در یک امتداد در نظر گرفته شده است. با استفاده از شرایط مرزی مناسب و انتگرال گیری از این معادله جوابی به دست می‌آید. از مزایای مهم این

حال به محاسبه نیروی ناشی از اصطکاک در Land می پردازیم. ماده تغییر شکل یافته بعد از خروج از حدیده به قسمت Land وارد می شود. پس آنجا نیز اصطکاک بین دیواره های Land و ماده به وجود می آید که از رابطه زیر قابل محاسبه است،

$$P_{fl} = 2\bar{\sigma}r_l L_l \tau_l \quad (5)$$

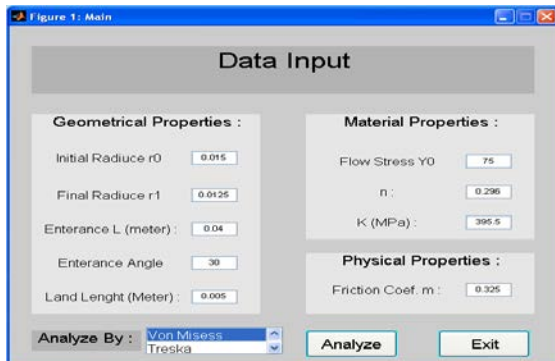
باید توجه داشت که مقدار  $\bar{\sigma}$  در رابطه فوق ثابت بوده و برابر با تنش سیلان ماده پس از عبور از حدیده می باشد (پس از کار - سختی) که مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$\bar{\sigma}_f = K(\ln(A_0 / A_l))^n = K(2\ln(r_0 / r_l))^n \quad (6)$$

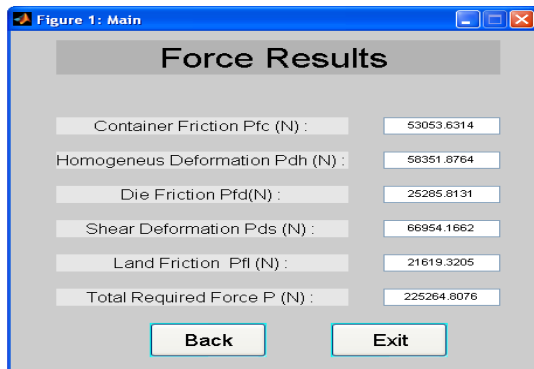
در نهایت نیروی کل مورد نیاز در فرآیند اکستروژن مقاطع دایروی با رابطه  $P = P_{fc} + P_{fd} + P_{fl} + P_{dh} + P_{ds}$  تعیین می گردد.

$$P = 2\pi r_0 L_0 \tau_c + \bar{\sigma} \ln(A_0 / A_l) \pi r_0^2 + 2\pi r_0^2 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \left( \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + \frac{\tau_d \ln(A_0 / A_l)}{\sin \alpha \cos \alpha} \pi r_0^2 + 2\bar{\sigma} r_l L_l \tau_l \quad (7)$$

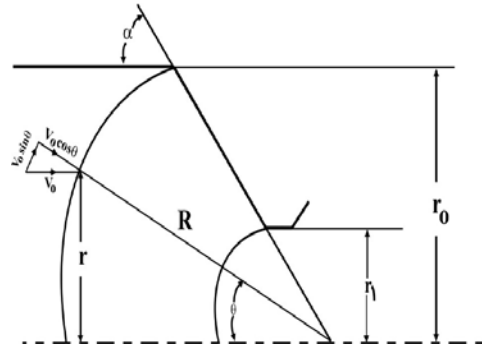
قابل توجه است که با استفاده از نرم افزار MATLAB، برنامه ای به صورت Visual نوشته شده که نیروی فوق را محاسبه می کند و نتایج بدست آمده از آن در بخش نتایج مورد تجزیه و تحلیل قرار می - گیرد. (شکل های ۴ و ۵)



شکل (۴): نمایه ای از جدول مقادیر ورودی در برنامه نوشته شده در نرم افزار Matlab

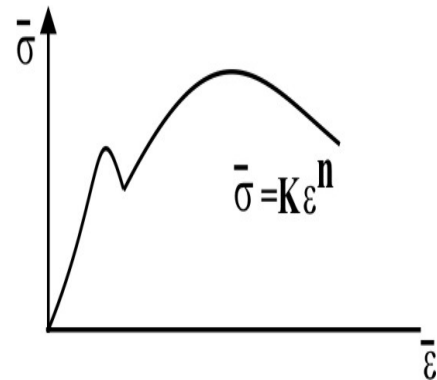


شکل (۵): نمایه ای از جدول مقادیر بدست آمده از روش تحلیل قاچی



شکل (۲): نمائی شماتیک از ناپیوستگی سرعت فرض شده در ورودی حدیده [۴-۱۰].

باید توجه داشت که مقدار  $\bar{\sigma}$  در ناحیه حدیده متغیر است زیرا ماده با عبور از حدیده تغییر شکل یافته و کار - سخت می شود. در روش تحلیل قاچی مقدار  $\bar{\sigma}$  را ثابت در نظر می گیرند تا انتگرال های ذکر شده در معادلات قابل محاسبه باشند. بنابراین باید یک مقدار میانگین برای  $\bar{\sigma}$  در نظر گرفت. این مقدار میانگین به طور ساده ای به صورت زیر در نظر گرفته می شود.



شکل (۳): منحنی تنش - کرنش یک ماده دلخواه

همچنین شکل (۳) منحنی تنش - کرنش یک ماده دلخواه را به صورت کلی و شماتیک نمایش می هد.

$$\bar{\sigma}_{ave} = \frac{1}{\ln R} \int_0^{\ln R} K \bar{\epsilon}^n d\bar{\epsilon} = \frac{k(\ln R)^n}{n+1} \quad (4)$$

که در آن مقدار و تساوی  $R = A_0 / A_l = (r_0 / r_l)^2$  را داریم. توجه داشته باشید که مقدار  $\bar{\sigma}_{ave}$  وابسته به شرایط هندسی قالب و نیز اصطکاک می باشد ولی این تاثیرات به طور کامل در رابطه فوق در نظر گرفته نشده است.

راه دیگر تاثیر کار سختی به طور مستقیم در انتگرال گیری ها می باشد، ولی هنگامی که مقدار  $\bar{\sigma}$  را ثابت در نظر بگیریم و آن را معادل  $\bar{\sigma} = K(2\ln(r_0 / r))^n$  در نظر بگیریم محاسبه انتگرال گیر بسیار دشوار می شوند و برای اینکه بتوان انتگرال گیری نمود نیاز به ساده سازی هایی می باشد که نتایج را غیر دقیق می سازند بنابراین ترجیح داده می شود که  $\bar{\sigma}$  را ثابت در نظر گرفته و از مقدار میانگین آن استفاده می شود ( $\bar{\sigma}_{ave} = K \bar{\epsilon}^n / n + 1$ ).

جدول (۱): ترکیبات شیمیایی Al 5154 [۱۱]

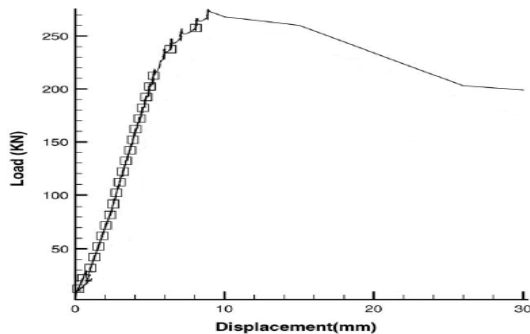
The chemical composition of 5154 aluminum billets	
Si	0.09
Fe	0.14
Cu	0.01
Mn	0.04
Mg	3.93
Zn	0.02
Ti	0.01
Cr	0.21
Ni	0.01
Pb	0.04
Sn	0.001
Be	0.001
Li	0.001

برای انجام آزمایش فوق از یک ماشین تست 600 KN DMG استفاده شده است (شکل ۷).



شکل (۷): ماشین تست مورد استفاده قرار گرفته [۱۱]

همچنین نتایج عملی به صورت زیر به دست آمده است (شکل - های ۸ و ۹).



شکل (۸): نمودار بار بر حسب مکان که از تست عملی به دست آمده [۱۱]

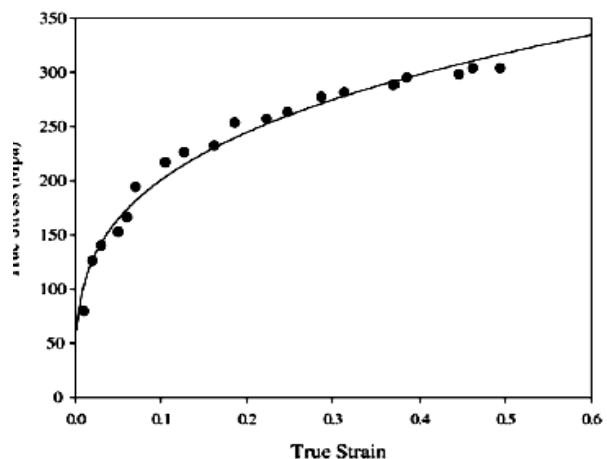
بنابراین ماکزیمم نیروی مورد نیاز برای انجام فرآیند فوق ۲۷۵ کیلونیوتن می‌باشد و اعداد به دست آمده از روش‌های تحلیلی قاجی و اجزاء محدود باید با مقدار فوق مقایسه شوند.

## ۲-۲- روش تحلیل به روش اجزای محدود FEM

در این بخش روش اجزای محدود FEM برای تحلیل فرآیند اکستروژن سرد مستقیم مقاطع دایروی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای این منظور از نرم‌افزار ABAQUS استفاده شده است و با دو روش Implicit و Explicit تحلیل انجام گرفته است. جهت صحت سنجی نتایج بدست آمده از تحلیل اجزای محدود، نتایج آن با نتایج عملی-آزمایشگاهی (Experimentally) مقایسه می‌شوند و در نهایت نتایج بدست آمده از روش‌های تحلیلی قاجی، اجزای محدود و نتایج آزمایشگاهی با یکدیگر مقایسه می‌گردند. مشخصات قالب جهت شبیه‌سازی این فرآیند، قالبی با مشخصات زاویه‌ی حدیده  $\alpha = 30^\circ$ ، شعاع اولیه  $r_0 = 15 \text{ mm}$ ، شعاع قطعه نهایی  $r_1 = 12 / 5 \text{ mm}$ ، طول Billet  $L_0 = 40 \text{ mm}$ ، طول Land  $L_1 = 5 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. همچنین منحنی تنش - کرنش، ماده مورد استفاده در این آزمایش آلومینیوم ۵۱۵۴ (Al 5154)، که آن به صورت  $\sigma = 395.5 \varepsilon^{0.296}$  می‌باشد [۱۱].

## ۳-۲- نتایج آزمایشگاهی

جهت صحت سنجی نتایج از نتایج آزمایشگاهی موجود [۱۱] استفاده شده است که در ذیل جزییات آن آورده شده است (شکل ۶).

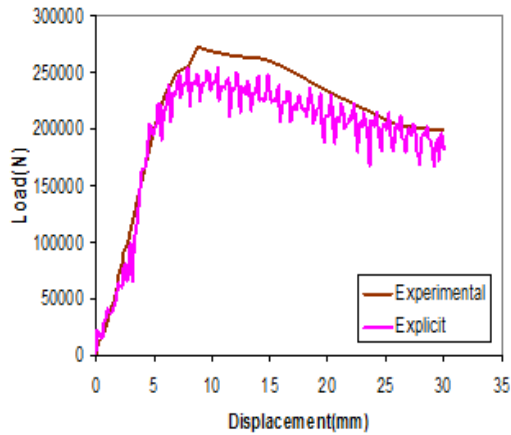


شکل (۶): منحنی تنش - کرنش آلومینیوم ۵۱۵۴ [۱۱]

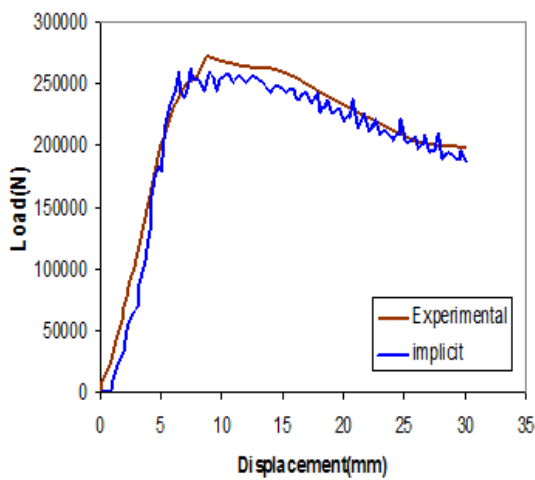
مشخصات مکانیکی ماده‌ی موردنظر (Al 5154) به صورت

$$\nu = 0.33, \rho = 2.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, E = 70.7 \text{ Gpa}$$

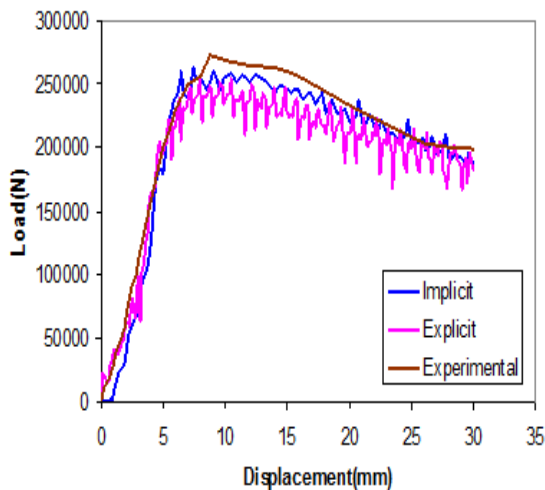
شده است. مقدار متوسط ضریب اصطکاک برابر  $\mu = 0.15$  و  $m = 0.325$  در نظر گرفته شده است. همچنین مشخصات ترکیبات شیمیایی Al 5154 در جدول (۱) آمده است.



شکل (۱۰): منحنی‌های مقایسه‌ای دو روش Explicit و Experimental



شکل (۱۱): منحنی‌های مقایسه‌ای دو روش Implicit و Experimental



شکل (۱۲): منحنی‌های به‌دست آمده از روش‌های Implicit و Explicit در مقایسه با نتایج Experimental

همچنین در شکل‌های (۱۳ و ۱۴) مقایسه‌ای در مورد زمان تحلیل بین روش انتگرال‌گیری صریح و ضمنی انجام شده است.



شکل (۹): Billet و قطعه‌ی تغییر شکل یافته نهایی [۱۱]

فرآیند فوق توسط نرم‌افزار ABAQUS مورد تحلیل قرار گرفته است. در قسمت بعدی نتایج به دست آمده از روش تحلیل اجزاء محدود FEM و نیز از روش تحلیل قاچی نیرو Slab Method با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند.

### ۳- نتایج و بحث

همان‌طور که درمبحث قبل بیان شد در این پروژه یک فرآیند اکستروژن مستقیم برای مقاطع دایروی از روش‌های مختلفی (روش تحلیل قاچی، روش اجزاء محدود به کمک نرم‌افزاری ABAQUS در دو حالت Implicit و Explicit) مورد تحلیل قرار گرفته است. حال به مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش‌های مختلف می‌پردازیم (جدول ۲) و میزان خطای هر روش و دلایل آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. و در انتها نمودارهای مقایسه‌ای روش‌های تحلیل Implicit و Explicit و نتایج عملی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نتایج به‌دست آمده از روش‌های تحلیل اجزای محدود صریح و ضمنی و نیز روش تحلیل قاچی و درصد خطای هر کدام به طور خلاصه در جدول ذیل آمده است:

جدول (۲): نتایج به‌دست آمده از روش‌های مختلف و میزان خطاها

نتایج حاصله	آزمایشگاهی [۱۱]	قاچی	غیرضمنی	ضمنی
نیرو (کیلو نیوتن)	۲۷۵	۲۲۵	۲۵۹	۲۶۸
خطا	—	٪۱۷	٪۵/۵	٪۲/۵

در ادامه نمودارهای مقایسه‌ای ارائه می‌گردند (شکل‌های ۱۴-۱۰). نمودارهای مذکور روندهای قابل قبول، جالب و کنترل‌پذیری را از لحاظ ریاضیات نشان می‌دهند.

۱- در این روش مقدار  $\bar{\sigma}$  ثابت در نظر گرفته شده است در صورتی که می‌دانیم تنش سیلان ماده با تغییر شکل یافتن ماده افزایش می‌یابد (بر اثر کار - سختی)

۲- مقداری که برای  $\bar{\sigma}_{ave}$  در نظر گرفته شده است تا اثرات ثابت بودن تنش سیلان را در معادلات بهبود بخشد، دقیق نبوده است و شاید بهتر باشد مقدار  $\bar{\sigma} = k\varepsilon^n$  را در انتگرال گیری‌ها دخیل کنیم.

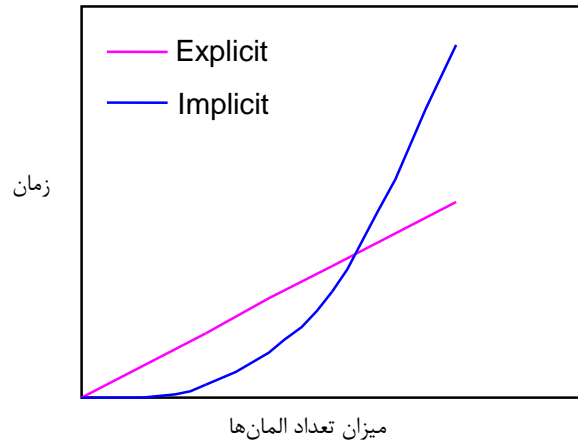
۳- مقدار ضریب اصطکاک ثابت در نظر گرفته شده است.

۴- توجه داشته باشیم که در روش تحلیل قاچی نیرو در حقیقت یک المان در راستای قائم در نظر گرفته می‌شود یعنی مقدر تنش سیلان و ضریب اصطکاک در راستای قائم ثابت در نظر گرفته می‌شود (در روش تحلیل قاچی تغییرات تنها در یک امتداد در نظر گرفته می‌شوند). حال آن‌که در روش اجزاء محدود در راستای قائم نیز المان‌های زیادی وجود دارند که باعث بهبود نتایج می‌شوند (یعنی تغییرات در هر دو امتداد افقی و قائم در نظر گرفته می‌شوند).

#### ۴- خلاصه و نتیجه گیری

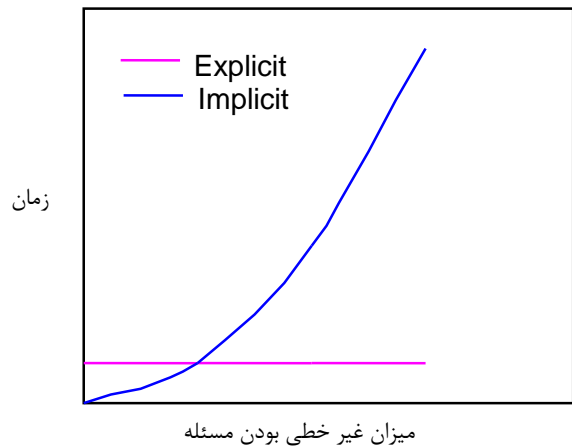
در این مقاله پژوهشی، تخمین و پیش بینی نیروی لازم در فرآیند اکستروژن سرد مستقیم مقاطع دایروی با استفاده از اجزاء محدود ABAQUS برای دو حالت ضمنی و غیر ضمنی انجام شد و مقایسه نتایج آن با نتایج روش تحلیلی قاچی Slab Method انجام گردید. در سال‌های اخیر روش اجزای محدود برای شبیه‌سازی فرآیندهای مختلف اجزای محدود به کار گرفته شده است. مهم‌ترین مزیت این روش استفاده از آن برای رنج وسیعی از مسایل و بدون وجود هیچ‌گونه محدودیت در هندسه مسأله می‌باشد. روش‌های Implicit و Explicit دو روش عمده در حل مسایل اجزای محدود می‌باشند و بسته به نوع مسئله و انتظاری که از حل آن وجود دارد، از این دو روش می‌توان استفاده کرد. هر دو این روش، از طریق حل مساله و بدست آوردن شتاب برای هر گره عمل می‌نمایند. اما تفاوت عمده این دو روش در طریقه به‌دست آوردن شتاب هر گره است. در Implicit مجموعه‌ای از معادلات خطی با روش مستقیم حل می‌گردند به طوری که زمان حل این نوع مسایل در مقایسه با روش محاسبه Explicit بالاتر می‌باشد. همچنین نتایج به‌دست آمده برای روش ضمنی (Implicit) از دقت بالاتری نسبت به روش صریح (Explicit) برخوردار است. قابل ذکر است که در نتایج به‌دست آمده از روش Explicit نوساناتی وجود دارد.

در نهایت با توجه به خطاها و قیاس با نتایج آزمایشگاهی میان روش‌های تحلیلی قاچی با المان محدود ضمنی و غیر ضمنی، می‌توان به این نتیجه دست یافت که نتایج تخمین نیرو در فرآیند اکستروژن سرد مستقیم مقاطع دایروی با استفاده از روش ضمنی (Implicit) المان محدود ABAQUS به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر است بنابراین روش مناسبی برای تخمین نیرو می‌باشد.



شکل (۱۳): زمان تحلیل بین روش انتگرال گیری صریح و ضمنی با لحاظ میزان المان‌ها

همان‌گونه که از شکل‌های (۱۳ و ۱۴) مشخص است اگر تعداد المان‌های مدل از یک حدی بالاتر رفت زمان تحلیل در روش صریح کم‌تر است و از شکل‌های (۱۳ و ۱۴) معلوم است که در مواردی که مسئله حالت غیرخطی آن زیاد باشد زمان تحلیل روش صریح کم‌تر است و همچنین از شکل (۱۴) واضح است که در مواردی که زمان شبیه‌سازی کم است بهتر است که از روش صریح استفاده شود.



شکل (۱۴): زمان تحلیل بین روش انتگرال گیری صریح و ضمنی با توجه به میزان غیرخطی بودن مسئله

در پایان به بررسی علل خطا می‌پردازیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود دقیق‌ترین جواب‌ها در مقایسه با نتیجه عملی به‌دست آمده مربوط به روش Implicit می‌باشد که دارای ۲/۵٪ خطا می‌باشد (به دلیل خطای ناشی از بسط مرتبه دوم و بالاتر). بعد از آن روش Explicit با ۵/۵٪ خطا دارای دقت نسبتاً خوبی است. در مقایسه منحنی‌های به‌دست آمده از دو روش فوق مشاهده می‌شود که در روش Explicit اعوجاجات بیش‌تری مشاهده می‌شوند که از دقت نتایج می‌کاهند. همان‌طور که مشاهده شد بیش‌ترین خطا مربوط به روش تحلیل قاچی می‌باشد که دلایل زیر می‌تواند عامل آن باشد.

۵- مراجع

- [1] Segal, V.M., "Materials processing by simple shear", *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 197, No. 2, pp. 157-164, 1995.
- [2] R. Z. Valiev, R. K. Islamgaliev, I. V. Alexandrov, "Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation", *Progress in Materials Science*, Vol. 45, No. 2, pp. 103-189, 2000.
- [3] A. Rosochowski, "Processing Metals by Severe Plastic Deformation", *Solid State Phenomena*, Vol. 101-102, No. 13-22, 2005.
- [4] I. Dinaharan, R. Sathiskumar, S. J. Vijay, N. Murugan, "Microstructural Characterization of Pure Copper Tubes Produced by a Novel Method Friction Stir Back Extrusion", *Procedia Materials Science*, Vol. 5, pp. 1502-1508, 2014.
- [5] H.W. Wagner, J Wolf, "Coefficient of friction in cold extrusion", *J .Mater. Process. Technol.*, Vol. 44, pp.283-291, 1994.
- [6] B.P.P.A. Gouveia, "Finite element modelling of cold forward extrusion using updated Lagrangian and combined Eulerian-Lagrangian formulations", *J .Mater. Process. Technol.*, Vol. 80-81, pp. 647-652, 1998.
- [7] N. Bay, "Finite-element modelling of cold forward extrusion", *J .Mater. Process. Technol.*, Vol. 94, pp. 85-93, 1999.
- [8] S.Z. Qamar, "Anew definition of shape complexity for metal extrusion", *J .Mater. Process. Technol.*, Vol. 155-156, pp.1734-1739, 2004.
- [9] M. Bakhshi- Jooybari, "Atheoretical and experimental study of friction in metal forming by use the forward extrusion process", *J .Mater. Process. Technol.*, Vol. 125-126, pp. 369-374, 2005.
- [10] M. S Khorrani, M. Movahedi, "Microstructure evolutions and mechanical properties of tubula aluminum produced by friction stir back extrusion", *Materials & Design*, Vol. 65, pp. 74-79, 2015.
- [11] M. Noorani-Azad, M. Bakhshi-Jooybari, S.J. Hosseinipour, A. Gorji, "Experimental and numerical study of optimal die profile in cold forward rod extrusion of aluminum", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 164-165, pp. 1572-1577, 2005.